

# Υπολογιστική Ρεολογία: Μια Νέα Επιστήμη

του Ευάγγελου Χ. Μητσούλη

Η έρευνα στον τομέα της μηχανικής μη Νευτωνικών ρευστών έχει κάνει μεγάλα άλματα πρόσφατα, κάρη όχι μόνο στην ανάπτυξη νέων πειραιματικών και θεωρητικών μεθόδων αλλά και στη χοήση νέων ισχυρών υπολογιστών. Τα αποτελέσματα έχουν σημαντικές επιπτώσεις ιδίως σε διεργασίες μορφοποίησης υλικών.

## Εισαγωγή

Ως ρεολογία οφίζεται η μελέτη της παραμόρφωσης και ροής της ύλης. Ο δρός έχει αρχαίες ελληνικές ορίζες στον 5ο π.Χ. αιώνα όταν ο φιλόσοφος Ηράκλειτος αναγνώρισε την σχετική αλλαγή δλων των στοιχείων στο γνωστό του οριό τα πάντα φεί. Έτοι ο δρός ρεολογία θα μπορούσε να αναφερθεί σε όλα τα υλικά, συμπεριλαμβανομένων των κλασικών οριακών περιπτώσεων των Νευτωνικών ρευστών, όπως το νερό, και των ελαστικών στερεών, όπως το καυστούν. Παρ' όλα αυτά, οι ακραίες αντές περιπτώσεις θεωρούνται συχνά έξω από την περιοχή της καθ' αυτού ρεολογίας, η οποία ασχολείται ως επί το πλείστον με υλικά τα οποία χαρακτηρίζονται ως ιξωδελαστικά. Εάν τα υλικά αυτά συμπεριφέρονται σαν στερεά, τότε ονομάζονται ιξωδελαστικά στερεά, ενώ εάν συμπε-

ριφέρονται σαν ρευστά ονομάζονται συνήθως ελαστικά ρευστά.

Μια σπουδαία κατηγορία βιομηχανικών ρευστών δεν παρουσιάζουν ισχυρό ιξωδελαστικό χαρακτήρα αλλά έχουν ιδιότητες που δεν μπορούν να τα κατατάξουν στα κλασικά Νευτωνικά υλικά. Αυτά τα επανομαζόμενα ανελαστικά μη Νευτωνικά ρευστά θεωρούνται επίσης μέρος της ρεολογίας, και μαζί με τα ελαστικά ρευστά αποτελούν τη βάση ενός σπουδαίου και συγχρονου πεδίου έρευνας που λέγεται μη Νευτωνική Ρευστομηχανική.

Τα περισσότερα ρευστά βιομηχανικού ενδιαφέροντος είναι μη Νευτωνικά. Λιπαντικά, απορρυπαντικά, χρώματα, μελάνη, εκτύπωσης, κρέμες, επικολλητικές ουσίες και κυρίως όλα τα πλαστικά σε μορφή τήγματος αποτελούν καθαρά παραδείγματα μη Νευτωνικών υλικών, αλλά η παράθεση όλων των υλικών αυτών είναι πράγματι ατελειωτή. Η πρακτική σπουδαϊστητά της ρεολογίας σαν επιστημονικό θέμα θεωρείται επομένως ανταπόδειπτη. Και όμως ο δρός ρεολογία δεν έχει γίνει ακόμα αποδεκτός ευρέως στο πλατύ κοινό ή ακόμα και στα λεξικά, ελληνικά ή ξένα, και το γεγονός αυτό δεν είναι άσχετο με κάποια φαινόμενα. Ιδίως η γραφή με λατινικούς χαρακτήρες *rheology* τυχαίνει να επειδή είναι το *r* και το *t* δίπλα στο πληρτολόγιο, έχει ως αποτέλεσμα πολλοί ειδότες να νομίζουν ότι έχει γίνει λάθος και να αντικαθιστούν το *rheology* με το *theology*. Η συχνότητα τέτοιων τυπογραφικών λάθων έχει αποδειχθεί ότι

βρίσκεται έξω από τα όρια του τυχαίου.

Το γεγονός αυτό έχει οδηγήσει πολλούς συγγραφείς να χρησιμοποιούν στη ρεολογική βιβλιογραφία τον όρο του αριθμού *Deborah* (*De*), όνομα του οποίου η αναφορά βρίσκεται στην Παλαιά Διαθήκη στο βιβλίο των Κριτών (Κεφ. 5, σ. 5). Ο αριθμός *Deborah* ορίζεται ως:

$$De = \frac{\lambda}{\theta} \quad (1)$$

όπου λ είναι ο χαρακτηριστικός χρόνος χαλάρωσης του υλικού και θ είναι ο χαρακτηριστικός χρόνος της υπό μελέτη διεργασίας. Θα πρέπει εδώ να υπενθυμίσουμε ότι σύμφωνα με τη θεωρία της ιξωδελαστικότητας, χρόνος χαλάρωσης είναι ένα μέγεθος που εκφράζει τον χρόνο που απαιτείται προκειμένου ένα υλικό το οποίο υφίσταται μια δεδομένη «διαταραχή» (όπως π.χ. μια εξαναγκασμένη ροή ενός τήγματος πολυμερούς μέσω στενού αγωγού) επανέλθει σε κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας. Μαθηματικά ο χρόνος χαλάρωσης λ οφίζεται από μια σχέση της μορφής

$$\sigma = \sigma_0 \exp(-t/\lambda)$$

όπου σ η τιμή ενός μεγέθους που χαρακτηρίζει το υλικό στη χρονική *t* από την στιγμή επιβολής της «διαταραχής», και στη τιμή του αντίστοιχου μεγέθους την χρονική στιγμή της επιβολής της «διαταραχής». Γενικά, ο χρόνος χαλάρωσης συνδέεται με μια σειρά χαρακτηρι-

**Ο Αρ. Ευάγγελος Μητσούλης είναι καθηγητής στο τμήμα χημαρών μηχανικών του Πανεπιστημίου Οττάβας, Καναδά, και επισκέπτης καθηγητής στο ομώνυμο τμήμα του ΕΜΠ.**

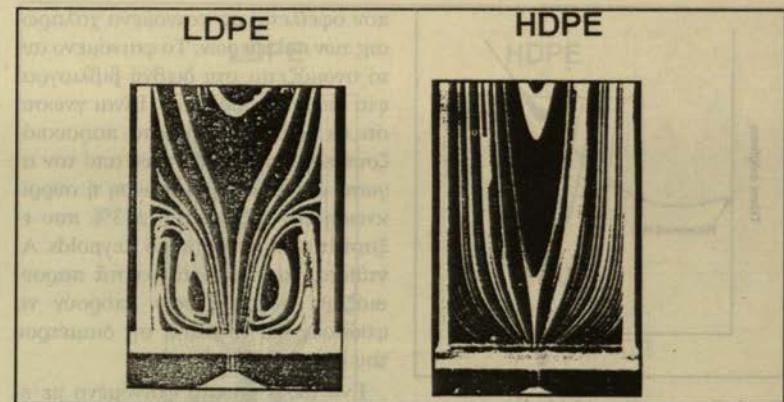
ριστικών της μοριακής δομής του υλικού (MB, πυκνότητα κόμβων, διακλαδόσεις μοριακής αλυσίδας, κατανομή MB, κλπ.) κατά τρόπους που δεν έχουν διευχριστεί πλήρως.

Από τον τρόπο οφισμού του λ., είναι προφανές ότι για Νευτωνικά υλικά, το λ. είναι μηδέν, ενώ για ελαστικά στερεά, το λ. είναι άπειρο. Για βιομηχανικά υλικά το λ. κυμαίνεται από 10-6 s για λιπαντικά, μέχρι αρκετά δευτερόλεπτα για τήγματα πλαστικών.

Πολλές φορές ο αριθμός De αντικαθίσταται από τον αδιάστατο λόγο τάσεων  $S_R$ . Οι δύο αριθμοί είναι ισοδύναμοι και έχουν χρησιμοποιηθεί εναλλακτικά στην υπολογιστική ρεολογία.

Η έννοια του αριθμού De είναι χρήσιμη επειδή δείχνει ότι δεν είναι μόνο ο χρόνος χαλάρωσης του υλικού που καθορίζει τη συμπεριφορά του αλλά και ο χρόνος της διεργασίας παραμόρφωσης. Π.χ. είναι δυνατόν ένα υλικό με μέτριο χρόνο χαλάρωσης να υποκειται σε διεργασία πολύ ταχείας παραμόρφωσης, με αποτέλεσμα ο αριθμός De να είναι πολύ υψηλός και το υλικό να συμπεριφέρεται σαν ελαστικό στερεό.

Οι παραπάνω έννοιες μας φέρουν έτοι στο κυρίως πρόβλημα που αντιμετωπίζει η επιστήμη της ρεολογίας σήμερα, δηλαδή την πρόβλεψη της συμπεριφοράς ελαστικών ρευστών σε πολύπλοκες συνθήσεις όπου η τάξη μεγέθους



Σχ. 1. Διαφορά στη συμπεριφορά ως της τηγμάτων πολυναθυλενίου χαμηλής πυκνότητας (LDPE, ανάπτυξη στροβίλων) και υψηλής πυκνότητας (HDPE, έλλειψη στροβίλων) σε κυλινδρική στένωση με λόγο 4:1 για την ίδια παροχή [2].

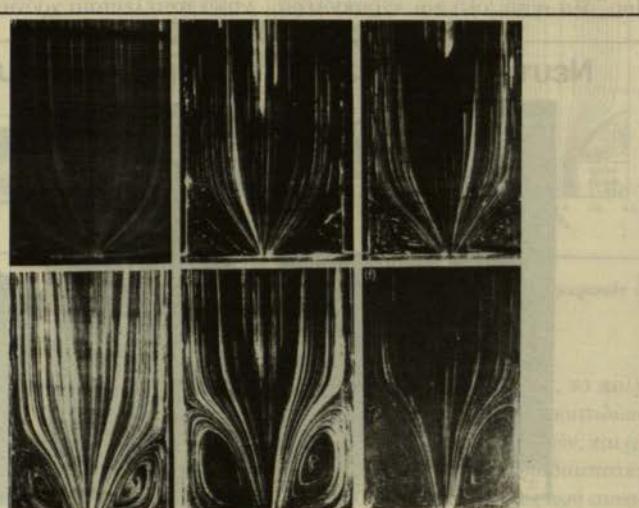
του χρόνου της διεργασίας είναι πολύ μικρότερη από το χρόνο χαλάρωσης του υλικού και επομένως ο αριθμός De είναι μεγάλος. Τέτοιες καταστάσεις συμβαίνουν πολύ συχνά στη βιομηχανία παραγωγής και επεξεργασίας υλικών. Παρ' όλα αυτά, μόνο πρόσφατα χάρη στις δυνατότητες που παρέχουν οι σύγχρονοι ισχυροί υπολογιστές έχει επιτευχθεί καποια πρόδοση στο θέμα της επιστημονικής ρεολογικής τεχνογνωσίας, ώστε να προσεγγίζουμε ικανοποιητικά την πρόκληση που μας παρουσιάζεται.

Προκειμένου να δώσουμε κάποια γένους των προβλημάτων που αντιμετωπίζονται τη στιγμή της συγγραφής

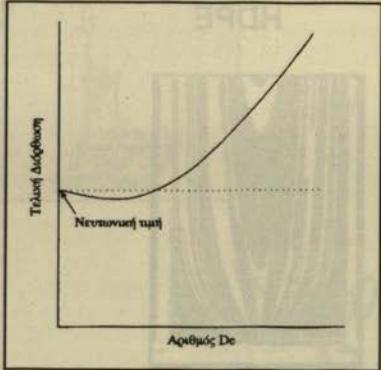
του παρόντος, είναι ενδιαφέρον να δώσουμε ένα απόλιτο παραδειγμα που έχει χαρακτηριστεί σαν πρότυπο πρόβλημα (benchmark) στη διάρκεια των διεθνών Workshops της υπολογιστικής ρεολογίας [1].

Ας θεωρήσουμε μία απότομη κυλινδρική συστολή με λόγο 4:1, στην οποία το ρευστό ζει κάτω από την επίδραση πίεσης από τον μεγάλο στον μικρής διαμέτρου αγωγό. Μας ενδιαφέρουν ιδιαίτερα τα γενικά χαρακτηριστικά της ως στην περίπτωση ρεολογικά πολύπλοκων υλικών. Στο σχ. 1 εμφανίζονται φωτογραφίες της ως πολυμερικών τηγμάτων πολυναθυλενίου χαμηλής (LDPE) και υψηλής (HDPE) πυκνότητας στην ίδια περίπτωση παροχής [2]. Η εμφάνιση μεγάλων στροβίλων για το LDPE και η εξαφάνισή τους για το HDPE είναι ένα κλασικό παραδειγμα μη Νευτωνικής συμπεριφοράς, το οποίο οφείλεται στην ιεωδελαστικότητα. Επίσης ενδιαφέρον παρουσιάζει η ως πολυμερικών διαλυμάτων του σχ. 2, όπου εμφανίζεται η σημαντική αύξηση των στροβίλων με αύξηση της παροχής [3,4].

Ενα άλλο χαρακτηριστικό της ως παροφά την πτώση πίεσης για τη ως πολύ μεγαλύτερης της αναγκαίας για Νευτωνικά ρευστά. Σε αδιάστατη μορφή, η παραπάνω πτώση πίεσης που απαιτείται ονομάζεται τελική διόρθωση ή διόρθωση Couette ή Bagley (από τα ονόματα των αντιστοίχων επιστημόνων που έκαναν πειραματικές μετρήσεις σε Νευτωνικά και μη Νευτωνικά ρευστά αντίστοιχα). Το σχ. 3 δείχνει τυπικά



Σχ. 2. Ανάπτυξη στροβίλων σε κυλινδρική στένωση με λόγο 4:1 για πολυμερικό διάλυμα πολυναθυλενίου. Η παροχή αυξάνεται από αριστερά στα δεξιά [3,4].



Σχ. 3. Σχηματική αναπαράσταση της τελικής διόρθωσης σαν συνάρτηση του αριθμού De σε ροή μέσα από κυλινδρική στένωση.

παραδείγματα της τελικής διόρθωσης σαν συνάρτηση του αριθμού De. Η μικρή μείωση της διόρθωσης για μικρές τιμές του De είναι πολύ δύσκολο να μετρηθεί πειραματικά αλλά προβλέπεται από όλες τις αριθμητικές επιλύσεις. Αντίθετα, η μεγάλη αύξηση της διόρθωσης σε μεγαλύτερες τιμές του De είναι εύκολο να μετρηθεί πειραματικά αλλά παρουσιάζει εξαιρετικές δυσκολίες και αποτελεί μεγάλη πρόκληση στις προσομοιώσεις ξεωδοελαστικής ροής για υλικά μεγάλης ξεωδοελαστικότητας.

Τα δύο ανωτέρω αναφερόμενα χαρακτηριστικά ροής αποτελούν δύο απλά αλλά σημαντικά παραδείγματα τα οποία δείχνουν τις προκλήσεις που αντιμετωπίζει η υπολογιστική ρεολογία στην πρόβλεψη παρατηρουμένων φαινομένων. Συγκεκριμένα, φαινόμενα τα οποία είναι εύκολο να προσομοιωθούν σε χαμηλές τιμές του De δύσκολα μετρώνται πειραματικά, ενώ δραματικά φαινόμενα που εύκολα παρατηρούνται στο εργαστήριο εμφανίζουν σημαντικές προκλήσεις ακόμα και για τους πιο προχωρημένους αριθμητικούς προσομοιωτές.

Προβλήματα με ελεύθερες επιφάνειες παρουσιάζουν επίσης μεγάλο ενδιαφέρον για ρεολογικούς υπολογισμούς. Το πιο απλό αλλά και δραματικό παραδείγμα προσφέρεται κατά την έξοδο ρεολογικά πολύτλοκων υλικών από αγωγούς μικρής διαμέτρου, όπως οι μήτρες εκβολής που χρησιμοποιούνται στη βιομηχανία πλαστικών [5]. Τα υλικά παρουσιάζουν μάτι υπέρμετρη διόργωση κατά την έξοδό τους,

που οφείλεται σε φαινόμενα χαλάρωσης των πολυμερών. Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται στη διεθνή βιβλιογραφία *extrude (die) swell*. Είναι γνωστό ότι τα Νευτωνικά ρευστά παρουσιάζουν κατά την έξοδό τους από τον αγωγό μια ελαφρή διόργωση ή συρρίκνωση της τάξεως του  $\pm 13\%$  που εξαρτάται από τον αριθμό Reynolds. Αντίθετα, τα ελαστικά ρευστά παρουσιάζουν αυξήσεις που μπορούν να φθάσουν και το 400% της διαμέτρου του αγωγού (βλ. σχ. 4).

Ενα άλλο γνωστό φαινόμενο με ελεύθερη επιφάνεια που απαντάται στη ρεολογία είναι το φαινόμενο Weissenberg (βλ. σχ. 5, [5]). Στη περίπτωση Νευτωνικών ρευστών όπως το νερό, η περιστροφή του στελέχους έχει σαν αποτέλεσμα την προς τα κάτω τοποθέτηση της ελεύθερης επιφάνειας ώστε να εξισορροπεί τις φυγόκεντρες δυνάμεις. Στην περίπτωση των ελαστικών ρευστών παρουσιάζονται ξεωδοελαστικά φαινόμενα λόγω καθέτων τάσεων, τα οποία προκαλούν αναφρίκηση του υλικού στο περιτρεφόμενο στέλεχος.

Τα σχήματα 1-5 παρουσιάζουν απλώς ορισμένες από τις πιο απλές αλλά και βασικές πτυχές του θεωρητικού ενδιαφέροντος των μη Νευτωνικών ελαστικών ρευστών. Αποτελούν μάλλον παραδείγματα τύπων προβλημάτων που απασχολούν τώρα το ερευνητικό πεδίο της υπολογιστικής ρεολογίας. Παρ' όλα αυτά, όλο και περισσότερο

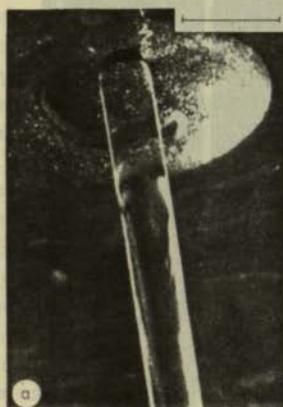
παρουσιάζεται η ανάγκη να μελετηθούν πρακτικά προβλήματα της βιομηχανίας, ιδίως στις περιοχές της διεργασίας πολυμερών και παραγωγής πλαστικών υλών.

## Υπολογιστική ρεολογία: ορισμός των προβλημάτων

Το βασικό πρόβλημα στην υπολογιστική ρεολογία τοποθετείται ως εξής: Έχοντας επακριβή δεδομένα του ιξώδους των ρευστών και ορισμένα σωστά αλλά ίσως περιορισμένα δεδομένα ξεωδοελαστικότητας, είναι δυνατόν να προσομοιωθούν επακριβώς όσες του τύπου που εμφανίζονται στα σχήματα 1-5; Για το σκοπό αυτό χρειάζονται πέρα από τις γνωστές εξισώσεις διαπήρησης οριμής, μάζας και ενέργειας, ρεολογικές καταστατικές εξισώσεις (constitutive equations) που μπορούν να περιγράφουν τη συμπειριφορά των υλικών αυτών. Μέχρι πρόσφατα χρησιμοποιούντο στις προσομοιώσεις μάλλον απλά ρεολογικά μοντέλα διαφορικού τύπου, όπως το μοντέλο Maxwell και Oldroyd-B [6]. Τα αποτελέσματα όμως υπήρξαν μάλλον απογοητευτικά καθώς οι εξισώσεις αυτές που χρησιμοποιούνται σταθερές τιμές για τις ιδιότητες των υλικών περιέγραφαν φαινόμενα κυρίως Νευτωνικά και γενικά μακράν των παρατηρουμένων στις πειραματικές μετρήσεις.

Η κατάσταση έχει βελτιωθεί σημαντικά τα τελευταία χρόνια, όταν έγινε

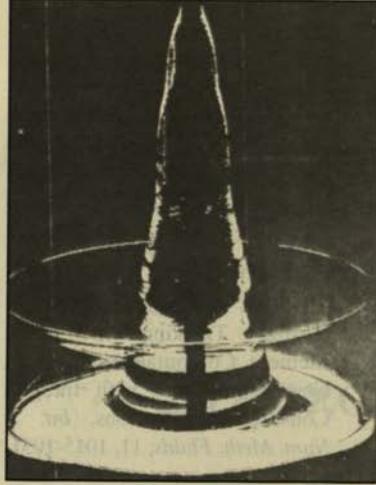
## Νευτωνικό Ρευστό



## Πολυμερικό Ρευστό

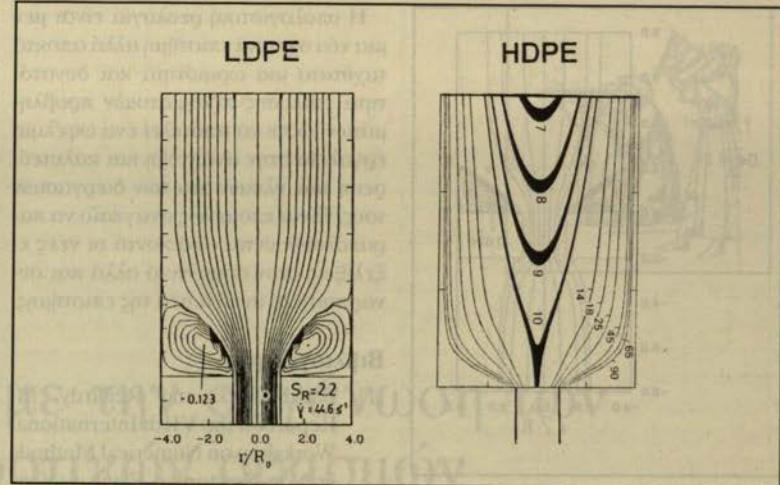


Σχ. 4. Διόργωση Νευτωνικού (αριστερά) και μη Νευτωνικού ρευστού κατά την έξοδό τους από κυλινδρικό αγωγό εκβολής.



**Σχ. 5. Το φαινόμενο Weissenberg αναφοράς μη Νευτωνικού πολυμερικού διαλύματος σε πειστοφόρο στέλεχος [5].**

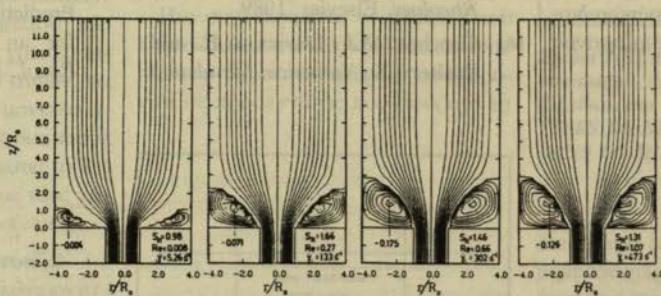
φροφανές ότι εχειάζοντο μοντέλα πολύ πιο πολύπλοκα, που να ενσωματώνουν με ολοκληρωτικές εξισώσεις τη φθίνουσα μνήμη πολλών ιερωδοελαστικών υλικών. Ιδιαίτερα ένας τύπος μοντέλου επωνομαζόμενου K-BKZ που προτάθηκε από τον αειμνηστό Καθ. Τάσο Παπαναστασίου του ΑΠΘ [7] έχει αποδειχθεί ικανό να προβλέψει οπμαντικά φαινόμενα στις περισσότερες πειραιτώσεις δοκώς ιδίως πολυμεσοϊώκων



**Σχ. 6.** Αριθμητικές προσο�οιώσεις για την πρόβλεψη στροφιών στη οποίη διαφορετικών τηγμάτων πολυαιθυλενίου μέσα από κυλινδρική στένωση με λόγο 4:1 [9].

Συπεράσπατα

Οι ανωτέρω αναφορές δίδουν σαφή παραδείγματα της μεγάλης πρόσδοτου που έχει επιτευχθεί τα τελευταία χρόνια στην υπολογιστική θεολογία. Με την εφαρμογή προχωρημένων μαθηματικών και υπολογιστικών μεθόδων, αρχετά ενδιαφέροντα και θα μπορούσε να πεί κανείς άκρως θεωρητικά ενδιαφέροντα φαινόμενα όσης μη Νευτωνικών οειδιτών έχουν επιλύθει, και πε-

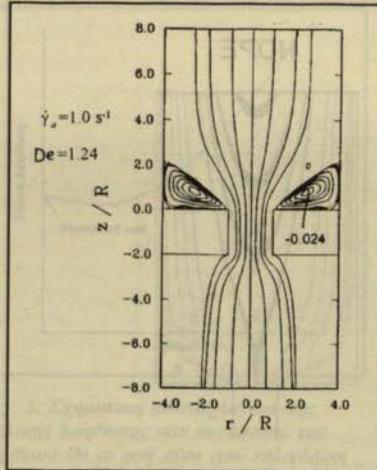


Σχ. 7. Αριθμητικές προσομοιώσεις για την πρόβλεψη στροβίλων στη φοή πολυμερικών διαλύματος μέσα από κυλινδρική στένωση με λόγο 4:1 ως αντίτυπο της παραγής [10].

πηγάμιτων βιομηχανικού ενδιαφέροντος. Η επιλυσή τέτοιου είδους εξισώσεων έγινε δυνατή μόδις πρόσφατα με την εφαρμογή σε ισχυρούς ηλεκτρονικούς υπολογιστές νέων αριθμητικών τεχνικών και τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων [8]. Συγκεκριμένα, δύτια δυνατό να προβλέψουμε οι δια-

σε ορή μέσα από στενώσεις, το πολύ  
απλό πρόβλημα της ορής σωματιδίων  
εντός ιεροδελαστικών ρευστών, και α-  
κόμα περισσότερο ορές τρισδιάστατες  
και μη μόνιμες, δημιουργίες που συνα-  
ντίνονται στις διεργασίες εκβολής σε  
τρισδιάστατες μήτρες, παραμένουν ά-  
λιτα.

οραιτέρω γίνονται τώρα προσπάθειες να αντιμετωπισθούν πρακτικά προβλήματα βιοηγανικού ενδιαφέροντος. Σοβαρές προσπάθειες καταβάλλονται επίσης για την εφαρμογή των νέων τεχνικών και μεθόδων σε κώδικες λογισμικού που υπό τη μοφή πακέτων υποστούν και βασιζόταν τόπια γνώσης



Σχ. 8. Προσομοίωση διόγκωσης τήγματος πολυαιθυλενίου (LDPE) κατά την εξόδο του από κυλινδρικό αγωγό. Η επιτυχής προσομοίωση έγινε με ρεολογική καταστατική εξίσωση ολοκληρωτικού τύπου K-BKZ [11].

κούς διεργασιών των υλικών να αποκτήσουν καλύτερη γνώση και δυνατότητα ανάλυσης και σχεδιασμού των διεργασιών.

Στο άμεσο μέλλον οι παραμένουσες θεωρητικές δυσκολίες θα εξακολουθούν να απασχολούν τους ερευνητές τόσο της θεωρητικής όσο και της υπολογιστικής ρεολογίας. Αναμένεται επίσης ότι το δυναμικό της νέας αυτής επιστήμης θα εξακολουθήσει να γίνεται ευρύτερα διαδεδομένο στις αντίστοιχες βιομηχανίες διεργασίας υλικών.

Η υπολογιστική ρεολογία είναι μεν μια νέα σχετικά επιστήμη αλλά αποκτά ταχύτατα μια ωφικότητα και δυνατότητα επιλογής πραγματικών προβλημάτων, ώστε να αποτελεί ένα ωφέλιμο εγγαλείο στην ανάπτυξη και καλυτεύσεω των υλικών και των διεργασιών τους. Είναι επομένως αναγκαίο να παρασκολουθούνται από κοντά οι νέες εξελίξεις στον σημαντικό αλλά και συναρπαστικό αυτό τομέα της επιστήμης.

### Βιβλιογραφία

- [1] Baird, D.G. and Renardy, M. Report on the VIIth International Workshop on Numerical Methods in Non-Newtonian Flow. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 43, 383-385, 1992.
- [2] Bagley, E.B. and A.M. Birks, Flow of Polyethylene into a Capillary. *J. Applied Phys.*, 31, 556-561, 1960.
- [3] Boger, D.V., Hur, D.U. and Binnington, R.J. Further Observations of Elastic Effects in Tubular Entry Flows. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 20, 31-49, 1986.
- [4] Boger, D.V. and Walters, K. *Rheological Phenomena in Focus*, Elsevier, 1993.
- [5] Barnes, H. A., Hutton, J.F. and Walters, K. *An Introduction to Rheology*, Elsevier, 1989.
- [6] Crochet, M.J., Davies, A.R. and Walters, K. *Numerical Simulation of Non-Newtonian Flow*, Elsevier, 1984.
- [7] Papanastasiou, A.C., Scriven, L.E. and Macosko, C.W. An Integral Constitutive Equation for Mixed Flows: Viscoelastic Characterization, *J. Rheol.*, 27, 387-410, 1983.
- [8] Luo, X.-L. and E. Mitsoulis, An Efficient Algorithm for Strain History Tracking in Finite Element Computations of Non-Newtonian Fluids with Integral Constitutive Equations, *Int. J. Num. Meth. Fluids*, 11, 1015-1031, 1990.
- [9] Luo, X.-L. and E. Mitsoulis, A Numerical Study of the Effect of Elongational Viscosity on Vortex Growth in Contraction Flows of Polyethylene Melts, *J. Rheol.*, 34, 309-342, 1990.
- [10] Park, H.J. and E. Mitsoulis, Numerical Simulation of Circular Entry Flows of Fluid M1 Using an Integral Constitutive Equation, *J. Non-Newt. Fluid Mech.*, 42, 301-314, 1992.
- [11] Barakos, G. and E. Mitsoulis, Numerical Simulation of Extrusion through Orifice Dies and Prediction of Bagley Correction for an IUPAC-LDPE Melt, *J. Rheol.*, in press 1994.